

ШИФР 19-128

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников
по математике

учащегося 9 класса
муниципального автономного общеобразовательного учреждения
«Средняя общеобразовательная школа №40»
Старооскольского городского округа Белгородской области

Степанова Николая Дмитриевича

Педагог-наставник:
учитель математики МАОУ
«Средняя общеобразовательная школа №40»
Зубкова Валентина Васильевна

9.1.

Так как рыцари всегда говорят правду, то 16 ответов из данных - правда, без по условию ~~всегда~~ всего 16 рыцарей. Количество монет у рыцарей равно $3k + 2m + n$, где k, m и n - количество людей, которым досталось 3, 2 и 1 монеты соответственно. Так как необходимо найти наибольшее возможное количество монет, то правду следует обязательно максимизировать. Значит необходимо максимизировать числовые значения переменных перед старшими коэффициентами, то есть максимизировать k и m , при чем $k, m, n \leq 8$, $k + m + n = 16$, значит подходит $k = 8, m = 8$, тогда сумма $3k + 2m + n = 3 \cdot 8 + 2 \cdot 8 + 0 = 24 + 16 = 40$ монет. Так как всегда известно 16 ответов из данных - ложь. Максимальное количество монет у лжецов достигается в случае, когда все 16 лжецов по 3 монеты. Пусть T - как ответ "2" и "3" дали рыцари, то лжецы сказали "0" и "1". Так как это ложь, то все они могли получить по 3 монеты, тогда лжецы в сумме получили $16 \cdot 3 = 48$. В итоге получаем, что наибольшее количество монет, которые получили люди, равно $48 + 40 = 88$ монет.

9.2.

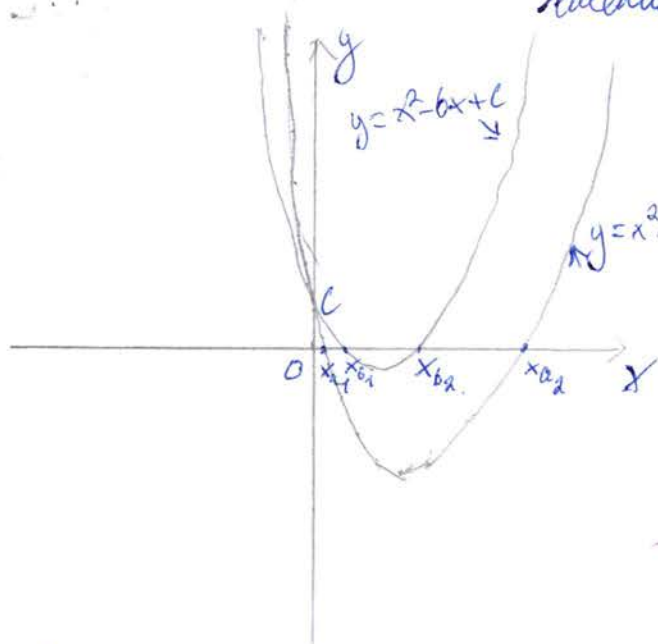
Да, существует. Например: последовательность 392, 393, 394, 395, 396, 397, 398, 399, 400, 401, 402, 403, 404, 405, 406, 407, 408, 409. Пусть S_i - сумма цифр числа i . Тогда $S_{400} = 4, S_{401} = 5, S_{402} = 6, S_{403} = 7, S_{404} = 8, S_{405} = 9, S_{406} = 10, S_{407} = 11, S_{408} = 12, S_{409} = 13, S_{392} = 14, S_{393} = 15, S_{394} = 16, S_{395} = 17, S_{396} = 18, S_{397} = 19, S_{398} = 20, S_{399} = 21$. Образует 18 последовательностей.

9.3.

$(x^2 - ax + c)(x^2 - bx + c) = 0$ (данное уравнение), где a, b, c - некоторые натуральные числа, причем $a > b$. 1) $x^2 - ax + c = 0$. $D_a = a^2 - 4c$, $x_{a1} = \frac{a - \sqrt{a^2 - 4c}}{2}$, $x_{a2} = \frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2}$, где D_a - дискриминант такого уравнения; x_{a1} и x_{a2} - корни такого уравнения. 2) $x^2 - bx + c = 0$. $D_b = b^2 - 4c$, $x_{b1} = \frac{b - \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$, $x_{b2} = \frac{b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$, где D_b - дискриминант такого уравнения; x_{b1} и x_{b2} - корни такого уравнения. Каждое из уравнений имеет по два корня, так как по условию данное уравнение имеет 4 корня. Так как $a > b$, то $-a < -b$, свободный коэффициент в обоих уравнениях одинаковый, то графики $y = x^2 - bx + c$ и $y = x^2 - ax + c$ на координатной плоскости выглядят следующим образом.

Тема 1 (продолжение)

09-128



Основывается это тем, что корни таких квадратичных уравнений натуральными числами, свободные коэффициенты равны, но коэффициенты перед x отличаются, но есть $-a < -b$. (коэффициенты перед x^2 также равны). \pm знакам при поиске корней формулы $k: k^2 - ak + c < k^2 - bk + c$. \pm при поиске отрицательных $n: n^2 - an + c > n^2 - bn + c$. Тогда при нахождении корней отличаются (указ, образованные пересечением параболы и прямой Ox в I четверти плоскости). \pm знакам $x_{a2} >$

$x_{b2} > x_{b1} > x_{a1}$. $x_{a2} > x_{b2}$ так как $\frac{a + \sqrt{a^2 - 4c}}{2} > \frac{b + \sqrt{b^2 - 4c}}{2}$ ($a > b, \sqrt{a^2 - 4c} > \sqrt{b^2 - 4c}$).
 Пусть $x_{a2} = 3^{k+3}$, тогда $x_{b2} = 3^{k+2}$, $x_{b1} = 3^{k+1}$, $x_{a1} = 3^k$. По теореме Виета $x_{a1} + x_{a2} = -\frac{(-a)}{1} = a = 3^{k+3} + 3^k$, $x_{b1} + x_{b2} = -\frac{(-b)}{1} = b = 3^{k+1} + 3^{k+2}$.
 Знаем $3a - 4b = 3(3^{k+3} + 3^k) - 4(3^{k+1} + 3^{k+2}) = 3^{k+4} + 3^{k+1} - 4 \cdot 3^{k+1} - 4 \cdot 3^{k+2} = 3^{k+1}(3 + 1 - 4 - 12) = 3^{k+1} \cdot (-12) = 3^{k+1} \cdot 12 = 3^{k+1} \cdot 2^2 \cdot 3$.
 Простые множители: 2 и 3. Ответ: 2 и 3. Доказательство к задаче: случай, когда хотя бы одно из чисел a, b и c равно 0. Смысла не имеет, ведь a, b и $c \in \mathbb{N}$ по условию.

N и (n)	кол-во дел на 6	дано проверено
1	7	дано проверено
2	7	дано проверено
3	6	дано проверено
4	X	дано проверено
5	X	дано проверено
	20	